LA RISOLUZIONE DELLE EQUAZIONI

EQUAZIONI ALGEBRICHE

1) *equazioni di primo grado:* $ax + b = 0$

a = b = 0	$\Rightarrow$	vale per ogni x $\in$ **R**
a = 0, b $\neq$ 0	$\Rightarrow$	non ha soluzioni reali
a $\neq$ 0	$\Rightarrow$	$x = -\frac{b}{a}$

2) *equazioni di secondo grado:* $ax^2 + bx + c = 0$

b² - 4ac > 0	$\Rightarrow$	$x = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ $\quad x = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
b² - 4ac = 0	$\Rightarrow$	$x = -\frac{b}{2a}$
b² - 4ac < 0	$\Rightarrow$	non ha soluzioni reali

5) *equazioni fratte:* $\frac{ax + b}{cx + d} = 0$ (condizione di esistenza: x $\neq$ - d/c)

c = 0	$\Rightarrow$	equazione lineare di 1° grado
ad = bc	$\Rightarrow$	non ha soluzioni reali
c $\neq$ 0, ad - bc $\neq$ 0	$\Rightarrow$	$x = -\frac{b}{a}$

4) *equazioni binomie di grado superiore:* $ax^n = b$ (con n $\geq$ 3, n $\in$ **N**)

n dispari	$\Rightarrow$	$x = \sqrt[n]{b}$
n pari, b > 0	$\Rightarrow$	$x = -\sqrt[n]{b};\quad x = \sqrt[n]{b}$
n pari, b = 0	$\Rightarrow$	$x = 0$
n pari, b < 0	$\Rightarrow$	non ha soluzioni reali

4) *equazioni trinomie di grado superiore:* $ax^{2n} + bx^n + c = 0$

sostituire $t = x^n$ ottenendo $at^2 + bt + c = 0$; trovate le soluzioni t_o, si risolve $x^n = t_o$

EQUAZIONI CON IL VALORE ASSOLUTO

1) *equazioni del tipo:* $|f(x)| = k$

k < 0	$\Rightarrow$	non ha soluzioni reali
k ≥ 0, f (x) ≥ 0	$\Rightarrow$	$f(x) = k$
k ≥ 0, f (x) < 0	$\Rightarrow$	$f(x) = -k$

2) *equazioni del tipo:* $|f(x)| = g(x)$

g (x) < 0	$\Rightarrow$	non ha soluzioni reali
g (x) ≥ 0, f (x) ≥ 0	$\Rightarrow$	$f(x) = g(x)$
g (x) ≥ 0, f (x) < 0	$\Rightarrow$	$f(x) = -g(x)$

3) *equazioni del tipo:* $|f(x)| = |g(x)|$

g (x) ≥ 0, f (x) ≥ 0	$\Rightarrow$	$f(x) = g(x)$
g (x) ≥ 0, f (x) < 0	$\Rightarrow$	$f(x) = -g(x)$
g (x) < 0, f (x) ≥ 0	$\Rightarrow$	$f(x) = -g(x)$
g (x) < 0, f (x) < 0	$\Rightarrow$	$f(x) = g(x)$

EQUAZIONI IRRAZIONALI

1) *equazioni del tipo:* $\sqrt[n]{f(x)} = g(x)$

n dispari	$\Rightarrow$	$f(x) = g^n(x)$
n pari, f (x) ≥ 0, g (x) ≥ 0	$\Rightarrow$	$f(x) = g^n(x)$

2) *equazioni del tipo:* $\sqrt[m]{f(x)} = \sqrt[n]{g(x)}$

EQUAZIONI ESPONENZIALI

1) $a^x = b$

2) $a^{f(x)} = a^{g(x)}$ $\quad\Rightarrow\quad$ $f(x) = g(x)$

3) $a^{f(x)} = b^{f(x)}$ $\quad$ (a > 0, a ≠ 1, b > 0, b ≠ 1) $\quad\Rightarrow\quad$ $f(x) = 0$

4) $a^{f(x)} = b^{g(x)}$ $\quad\Rightarrow$

5) *equazioni del tipo:* $f(a^x) = 0$

sostituire $t = a^x$ ottenendo $f(t) = 0$; trovate le soluzioni t_o, si risolve $a^x = t_o$

EQUAZIONI LOGARITMICHE

1) *equazioni del tipo:* $\log_a x = b$

$a > 0,\ a \neq 1,\ x > 0 \quad \Rightarrow \quad x = a^b$

2) *equazioni del tipo:* $\log_x a = b$

$a > 0,\ a \neq 1,\ x > 0,\ x \neq 1 \quad \Rightarrow \quad x = a^{\frac{1}{b}}$

3) *equazioni del tipo:* $\log_a f(x) = b$

$a > 0,\ a \neq 1 \quad \Rightarrow \quad f(x) = a^b$

4) *equazioni del tipo:* $\log_a f(x) = \log_a g(x)$

$a > 0,\ a \neq 1,\ f(x) \geq 0,\ g(x) \geq 0 \quad \Rightarrow \quad f(x) = g(x)$

EQUAZIONI TRIGONOMETRICHE

1) $\sin x = c$

$|c| > 1 \quad \Rightarrow$ non esistono soluzioni reali

$|c| \leq 1 \quad \Rightarrow \quad x = arc\ sin\ c + 2k\pi, \quad x = \pi - arc\ sin\ c + 2k\pi$

2) $\cos x = c$

$|c| > 1 \quad \Rightarrow$ non esistono soluzioni reali

$|c| \leq 1 \quad \Rightarrow \quad x = arc\ cos\ c + 2k\pi, \quad x = - arc\ cos\ c + 2k\pi$

3) $\tan x = c \quad \Rightarrow \quad x = arc\ tan\ c + k\pi$

4) $\sec x = c$

5) $\csc x = c$

6) $\cot x = c$

7) *equazione lineare in seno e coseno:* $a \operatorname{sen} x + b \cos x = 0$

I metodo: porre $z = sin\ x$ e $t = cos\ x$ e risolvere il sistema $\begin{cases} az + bt + c = 0 \\ z^2 + t^2 = 1 \end{cases}$

II metodo: porre $\varphi = arcsin \dfrac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}$ e risolvere $sin(x+\varphi) = -\dfrac{c}{\sqrt{a^2+b^2}}$

8) *equazione omogenea di 2° grado in seno e coseno:* $a \operatorname{sen}^2 x + b \operatorname{sen} x \cos x + c \cos^2 x = d$

porre $t = tan\ x$ e risolvere $(a-d)t^2 + bt + (c-d) = 0$