La fisica di Feynmann
Meccanica

1.1 CINEMATICA

Moto di un punto

Posizione	$\underline{r} = (x, y, z) = x\,\underline{i} + y\,\underline{j} + z\,\underline{k}$
Velocità	$\underline{v} = d\underline{r}/dt$
	$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$
Accelerazione	$\underline{a} = d^2\underline{r}/dt^2$

Moto rettilineo

Spazio percorso	$s = \int v(t)\,dt$
Velocità	$v = ds/dt$; $v = \int a(t)\,dt$
Accelerazione	$a = dv/dt$; $a = d^2s/dt^2$

Moto circolare

Angolo	ϑ
Velocità angolare	$\omega = d\vartheta/dt$
Accelerazione angolare	$\alpha = d\omega/dt$
Posizione sul piano	$\Delta x = -y\,\Delta\vartheta$
	$\Delta y = x\,\Delta\vartheta$
Velocità	$\underline{v} = \underline{\omega} \wedge \underline{r}$

MOTO CIRCOLARE A VELOCITÀ COSTANTE

Angolo	$\vartheta = v\,t / R$
Posizione	$\begin{cases} x = R\cos\vartheta \\ y = R\sin\vartheta \end{cases}$
Velocità angolare	$\omega = v / R$
Accelerazione	$a = \omega^2 R$
Accelerazione angolare	$\alpha_x = -\omega^2 x$

1.2 DINAMICA

Leggi di Newton

Prima legge (principio di inerzia)	un oggetto non sottoposto a forze persiste nello stato di quiete o di moto rettilineo uniforme
Seconda legge	la rapidità temporale della variazione della quantità di moto è proporzionale alla forza
	$\underline{\mathbf{F}} = d(m\,\underline{\mathbf{v}})/dt$ (se la massa è costante si ha: $\underline{\mathbf{F}} = m\,\underline{\mathbf{a}}$)
Terza legge	la reazione è uguale all'azione

Inerzia

Massa inerziale	m

Movimento e forze

Quantità di moto	$\underline{\mathbf{p}} = m\,\underline{\mathbf{v}}$
Conservazione di quantità di moto	$\Sigma\, m_i v_i =$ costante
Forza	$\underline{\mathbf{F}} = d\underline{\mathbf{p}}/dt$
	se la massa è costante si ha: $\underline{\mathbf{F}} = m\,\underline{\mathbf{a}}$
Forza conservativa	forza per cui il lavoro che sposta un oggetto da un punto all'altro non dipende dalla curva: $W = U_1 - U_2$
	tutte le forze fondamentali della natura appaiono conservative
Forza di attrito	$F \cong \mu N$
	μ coefficiente di attrito, N forza normale

Energia e lavoro

Energia cinetica	$E_c = \frac{1}{2} m\,(\underline{\mathbf{v}} \cdot \underline{\mathbf{v}})$
Lavoro prodotto da una forza	$W = \Delta E_c = \int_{s_1}^{s_2} \underline{\mathbf{F}}\, d\underline{\mathbf{s}}$
	$W = F\,s\cos\vartheta$ (solo la componente della forza in direzione del moto influisce sul lavoro fatto)
	il lavoro totale fatto nel descrivere un ciclo completo deve essere nullo
	se la forza è conservativa vale: $W = -\Delta U$
	quindi se agiscono solo forze conservative vale: $U + E_c =$ costante
Potenza spesa da una forza	$P = dE_c/dt = \underline{\mathbf{F}} \cdot \underline{\mathbf{v}}$
	la potenza è il lavoro fatto per unità di tempo

1.2.1 Gravitazione

Gravitazione universale

Legge di Newton	$F = G\, m_1\, m_2 / r^2$
Forza gravitazionale	$\underline{F} = -G\, m_1\, m_2\, \underline{r} / r^3$
Campo gravitaz. prod. da 1 massa	$\underline{C} = -G\, m_1\, \underline{r} / r^3$
Campo gravitaz. prod. da n masse	$\underline{C} = \Sigma\, (-G\, m_i\, \underline{r_i} / r_i^3) = \underline{C_1} + \underline{C_2} + \ldots + \underline{C_n}$
Potenziale gravitazionale	$\psi(\underline{r}) = -\int \underline{C}\, d\underline{s}$
Energia potenziale	$U = G\, m_1\, m_2 / r$
	l'energia potenziale è nulla a distanza infinita
	quando l'energia potenziale è costante non vi è campo
Forza gravitazionale su un corpo	$\underline{F} = m\, \underline{C}$
	$\underline{F} = -\nabla U = (-\partial U/\partial x, -\partial U/\partial y, -\partial U/\partial z)$
	$\underline{C} = -\nabla \psi = (-\partial \psi/\partial x, -\partial \psi/\partial y, -\partial \psi/\partial z)$
Energia potenziale di un corpo	$U = -\int \underline{F}\, d\underline{s} = m\, \psi$

MOTO DI PIU' CORPI NELLO SPAZIO

Distanza tra due corpi	$r_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 + (z_i - z_j)^2}$
Forza gravitazionale tra due corpi	$m_i\, \underline{a} = \Sigma\, (-G\, m_{ij}\, (\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) / r_{ij}^3)$
Energia cinetica di n corpi	$E_c = \Sigma\, \frac{1}{2}\, m_i\, v_i^2$
Energia potenziale di n corpi	$U = \Sigma_{\text{coppie } ij}\, (-G\, m_i\, m_j / r_{ij})$
Lavoro di n oggetti	$W = \Sigma_{\text{coppie } ij}\, (-G\, m_i\, m_j / r_{ij})$

Moto dei pianeti

LEGGI DI KEPLERO

Prima legge di Keplero	ogni pianeta si muove su un'ellisse attorno al Sole, che occupa uno dei fuochi
Seconda legge di Keplero	il raggio vettore del Sole spazza aree uguali in intervalli di tempo uguale
Terza legge di Keplero	i quadrati dei periodi sono proporzionali ai cubi dei semiassi maggiori delle orbite

MOTO DI UN PIANETA INTORNO AL SOLE (Piano)

Posizione del pianeta	$\underline{r} = (x, y)$
Distanza dal Sole	$r = \sqrt{x^2 + y^2}$
Accelerazione	$\underline{a} = -G\, M\, \underline{r} / r^3$
Energia cinetica	$E_c = \frac{1}{2}\, m\, v^2$
Energia potenziale	$U = -G\, M\, m / r$
Lavoro	$W = G\, M\, m\, (1/r_2 - 1/r_1)$
	in un campo gravitazionale il lavoro fatto muovendosi su una traiettoria curva ($r_1 = r_2$) è nullo
Momento meccanico	poiché $F_{tang} = 0$ vale $\tau = 0$
Momento angolare	Poiché $\tau = 0$ vale $L = r\, v_{tang} =$ costante (ovvero l'area spazzata in tempo uguali è uguale)

Gravità sulla terra

CADUTA DI UN GRAVE

Spazio percorso	$s = s_0 + v_0 t + ½ g t^2$
Velocità di caduta	$v = v_0 + g t$
Forza di gravità (peso)	$F = m g$
Energia potenziale gravitazionale	$U = m g h$
Energia cinetica	$E_c = ½ m v^2$
Potenza	$P = m g v$

MOTO PARABOLICO (solo forza di gravità)

Posizione	$x = u t$
	$z = -½ g t^2$
Traiettoria	$z = - (g / 2u^2) x^2$
Forza di gravità (peso)	$F = -m g$
Forza nella direzione del moto	$F_t = F \cos \vartheta$
Potenza	$P = F_t v$
Energia potenziale	$U = m g z$
	l'energia potenziale è nulla a terra
Lavoro	$W = - m g (z_2 - z_1)$
Lavoro prodotto dalla Terra	$W = - G M m / R$
Velocità di fuga dalla terra	$v_f^2 = 2 g R$
Velocità orbitale intorno alla Terra	$v_O^2 = g R$

1.2.2 Moto di un corpo rigido

Inerzia di un corpo rigido

Equilibrio	se la forza totale e la somma di tutti i momenti sono nulli, un corpo è all'equilibrio, cioè nessun lavoro è fatto da forze per spostamento
Massa inerziale	$M = \Sigma\, m_i$
	m_i = massa della particella i-esima
Centro di massa (o di gravità)	punto di posizione: $\underline{\mathbf{R}} = \Sigma\, m_i\, \underline{\mathbf{r}}_i \,/\, M$
	$\underline{\mathbf{r}}_i$ = posizione della particella i-esima
Momento d'inerzia	$I = \Sigma\, m_i\, \underline{\mathbf{r}}_i^2$
	l'inerzia della rotazione dipende dalle masse e dalle loro distanze dall'asse (il momento d'inerzia non è costante)
Momento d'inerzia rispetto all'asse z	$I = \Sigma\, m_i\, (\, x_i^2 + y_i^2\,) = \int (\, x_i^2 + y_i^2\,)\, \rho\, dV$
	vale: $I_z = I_x + I_z$
Teorema dell'asse parallelo	dato un asse per il centro di massa asse parallelo all'asse di rotazione, si ha: $I = I_c + M\, \underline{\mathbf{R}}^2$
	I_c = momento d'inerzia intorno all'asse per il centro di massa

MOMENTI D'INERZIA PER OGGETTI ELEMENTARI

OGGETTO	*PROPRIETÀ*	*ASSE Z*	*MOMENTO I_C*
asta	lunghezza L	$\perp$ asta in CM	$M\, L^2 \,/\, 12$
anello circolare	raggi r_1, r_2	$\perp$ anello in CM	$M\, (\, r_1^2 + r_2^2\,) \,/\, 2$
sfera	raggio r	per CM	$2\, M\, r^2 \,/\, 5$
lamina	lati a, b	$\parallel$ al lato b in CM	$M\, a^2 \,/\, 12$
		$\perp$ lamina in CM	$M\, (\, a^2 + b^2\,) \,/\, 12$
anello circolare	raggi r_1, r_2	diametro	$M\, (\, r_1^2 + r_2^2\,) \,/\, 4$
parallelepipedo rettang.	lati a, b, c	$\parallel$ al lato c in CM	$M\, (\, a^2 + b^2\,) \,/\, 12$
cilindro circolare retto	raggio r, altezza L	$\parallel$ altezza in CM	$M\, r \,/\, 2$
		$\perp$ altezza in CM	$M\, (\, r^2/4 + L^2 \,/12\,)$

Traslazione di un corpo rigido

Forze esterne su un oggetto	se M costante vale: $\underline{\mathbf{F}} = M\, (\, d^2\underline{\mathbf{R}}/dt^2\,)$
	se le forze esterne sono nulle, il centro di massa è in quiete o ha velocità costante

Rotazione di un corpo rigido

Momento angolare (della q. di moto)	$\underline{\mathbf{L}} = \underline{\mathbf{r}} \wedge \underline{\mathbf{p}}$ L = braccio · p = I ω il momento non è necessariamente parallelo alla velocità angolare
Momento meccanico (di una forza)	$\underline{\boldsymbol{\tau}} = \underline{\mathbf{r}} \wedge \underline{\mathbf{F}}$ τ = braccio · F in due casi il momento meccanico è sempre uguale alla variazione del momento angolare: 1. asse fisso in uno spazio inerziale 2. asse per il centro di massa in un sistema inerziale o accelerato
Legge della dinamica rotazionale	$\underline{\boldsymbol{\tau}} = d\underline{\mathbf{L}}/dt$
Conservazione del momento angolare	se in un sistema non agiscono momenti meccanici esterni, il momento angolare resta costante
Lavoro prodotto dalla rotazione	$\Delta W = \tau \, \Delta\vartheta$
Energia cinetica di rotazione	$E_c = \frac{1}{2} I \omega^2$
Forza di Coriolis	$F_c = 2\, m\, \underline{\mathbf{v}} \wedge \underline{\boldsymbol{\omega}}$ è una forza sviluppata in un sistema ruotante che appare spinta perpendicolarmente alla velocità
Potenza	$P = \underline{\boldsymbol{\tau}} \cdot \underline{\boldsymbol{\omega}}$
Assi principali	assi perpendicolari che attraversano il centro di massa tali che il momento d'inerzia è il massimo rispetto al primo, il minimo rispetto al secondo, intermedio rispetto al terzo (gli assi principali sono assi di simmetria) se il corpo ruota intorno ad un asse principale il momento angolare ha la direzione della velocità angolare $E_c = \frac{1}{2} \underline{\mathbf{L}} \cdot \underline{\boldsymbol{\omega}}$
Precessione	moto conico intorno alla verticale causato dal momento meccanico prodotto dalla gravità sul centro di massa $\underline{\boldsymbol{\tau}} = \underline{\boldsymbol{\Omega}} \wedge \underline{\mathbf{L}}_0$
Nutazione	moto di oscillazione intorno alla precessione media

1.2.3 Moto oscillatorio

Massa appesa ad una molla

Accelerazione	$a = - (k/m) x$
Forza	$F = -k m$
Equazione del moto	$(d^2x/dt) m = -k x$
Pulsazione	$\omega_0 = \sqrt{k / m}$ (numero di radianti di cui la fase cambia nell'unità di tempo)
Periodo di un'oscillazione	$t_0 = 2\pi / \omega_0$
Posizione	$x = a \cos (\omega_0 t + \Delta) = A \cos (\omega_0 t) + B \sin (\omega_0 t)$ $A = a \cos \Delta$, $B = - a \sin \Delta$ a = ampiezza (è il massimo spostamento raggiunto dalla massa e dipende dalle condizioni iniziali) Δ = sfasamento (dipende dalle condizioni iniziali)
Velocità	$v = - \omega_0 a \sin (\omega_0 t + \Delta)$
Lavoro	$W = -½ k x^2$
Energia potenziale	$U = ½ k x^2 = ½ k a^2 \cos^2 (\omega_0 t + \Delta)$ l'energia potenziale è nulla al punto di equilibrio ($x = 0$)
Energia cinetica	$E_c = ½ m v^2 = ½ m \omega_0^2 a^2 \sin^2 (\omega_0 t + \Delta)$
Energia totale del sistema	$E = U + E_c = ½ m \omega_0^2 a^2$
Condizioni iniziali	x_0 = posizione iniziale, v_0 = velocità iniziale vale: $A = x_0$, $B = v_0 / \omega_0$

Oscillazioni forzate

Forza esterna	$F(t) = F_0 \cos(\omega t + \Delta)$ mantiene in moto l'oscillazione
Equazione del moto	$m(d^2x/dt) + kx = F(t)$
Soluzione dell'equazione del moto	poniamo:
	1. $\omega_0^2 = k / m$
	2. F parte reale del numero complesso $F_0 e^{i(\omega t+\Delta)} = F_c e^{i\omega t}$
	3. x parte reale del numero complesso $a e^{i(\omega t+\Delta)} = x_c e^{i\omega t}$
	(perciò s ha: $F_c = F_0 e^{i\Delta}$, $x_c = a e^{i\Delta}$)
Formula di risonanza	$x_c = F_c / [m(\omega_0^2 - \omega^2)]$
	quindi x e F hanno gli stessi angoli di fase
Posizione	$x = a \cos(\omega t + \Delta)$

Oscillazioni forzate con smorzamento

Forza di attrito	$F_s = -c(dx/dt)$ è proporzionale alla velocità
Forza esterna	$F(t) = F_0 \cos(\omega t + \Delta)$
Equazione del moto	$m(d^2x/dt) + c(dx/dt) + kx = F(t)$
Soluzione dell'equazione del moto	poniamo:
	1. $c = m\gamma$
	2. $\omega_0^2 = k / m$ (ω_0 = frequenza di risonanza)
	3. F parte reale del numero complesso $F_c e^{i\omega t}$
	4. x parte reale del numero complesso $x_c e^{i\omega t}$
Formula di risonanza	$x_c = F_c / [m(\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega)]$
Posizione	ponendo $x_c = \rho F_c e^{i\vartheta}$ si ottiene:
	$x = \rho F_0 \cos(\omega t + \Delta + \vartheta)$
	ρ = ampiezza della risposta, ϑ = sfasamento
	$\rho^2 = 1 / m^2((\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2\omega^2)$
	$\tan\vartheta = -\gamma\omega / (\omega_0^2 - \omega^2)$
Energia potenziale	$U = \frac{1}{2} m \omega_0^2 x^2$
Energia cinetica	$E_c = \frac{1}{2} m (dx/dt)^2$
Potenza	$P = d[E_c + U]/dt + \gamma m (dx/dt)^2$
Potenza media	$\langle P \rangle = \frac{1}{2} \gamma \omega_0^2 x_0^2$ (x_0 posizione iniziale)
Energia media immagazzinata	$\langle E \rangle = \frac{1}{2} m(\omega^2 + \omega_0^2) \frac{1}{2} x_0^2$
Fattore di merito	$Q = (\omega^2 + \omega_0^2) / 2\gamma\omega$
	vicino alla risonanza vale: $Q = \omega_0 / \gamma$

Oscillazioni smorzate

Equazione del moto	$m(d^2x/dt) + c(dx/dt) + kx = 0$
Soluzione complessa	$x = e^{-\gamma t/2}(A e^{i\omega(\gamma)t} + A^* e^{i\omega(\gamma)t})$
	$\omega_\gamma = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2/4}$
	la soluzione è un'oscillazione con frequenza vicina alla frequenza di risonanza ω_0, in cui l'ampiezza del moto si smorza come $e^{-\gamma t/2}$
Soluzione con condizioni iniziali	$x = e^{-\gamma t/2}(x_0 \cos\omega_\gamma t + [(v_0 + \gamma x_0 / 2) / \omega_\gamma] \sin\omega_\gamma t)$